

Дано групповое уравнение:

$$D_i \Delta \Phi_i(r) - \Sigma_a^i \Phi_i(r) - \Sigma_s^i \Phi_i(r) + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma^{k \rightarrow i} \Phi_k(r) + \varepsilon_i Q = 0,$$

где D_i – коэффициент диффузии нейтронов i -ой группы,

Σ_a^i – макроскопическое сечение поглощения нейтронов i -ой группы,

$\Sigma_s^i = \sum_{j=i+1}^m \Sigma_s^{i \rightarrow j}$ – макроскопическое сечение увода нейтронов из i -ой группы, в

общем случае определяющееся упругим и неупругим рассеяниями,

$\Sigma^{k \rightarrow i}$ – макроскопическое сечение прихода нейтронов в i -ую группу за счет упругих и неупругих рассеяний,

ε_i – доля нейтронов, попадающих в i -ую группу непосредственно в результате деления,

$Q = \sum_{k=1}^m \nu_f^k \Sigma_f^k \Phi_k(r)$ – источник нейтронов деления.

Пользуясь 26-ти групповой системой констант, определить групповые константы данного уравнения для следующих случаев сред, состоящих из гомогенных смесей топлива и замедлителя.

Вариант 17. Топливо – U^{235} - U^{238} обогащением по делящемуся изотопу 40%; замедлитель – натрий. Доля топлива в смеси 7%. Расчет констант произвести для 3 группы нейтронов.

Концентрация топлива:

$$N_U = \frac{\rho_U \cdot N_A}{A_{U^{235}} \cdot c_5 + A_{U^{238}} \cdot (1 - c_5)} = \frac{19,05 \cdot 0,6023 \cdot 10^{24}}{235 \cdot 0,4 + 238 \cdot (1 - 0,4)} = 4,845 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3};$$

Концентрация U^{235} в топливе:

$$N_{U^{235}} = N_U \cdot c_5 = 1,938 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3};$$

Концентрация U^{238} в топливе:

$$N_{U^{238}} = N_U \cdot (1 - c_5) = 2,907 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3};$$

Концентрация Na (замедлитель):

$$N_{Na} = \frac{N_U}{0,07} \cdot (1 - 0,07) = 6,437 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3};$$

Для дальнейших расчетов воспользуемся таблицей групповых констант Абагян для 3 группы (2,5 – 4,0 МэВ).

Таблица 1 – Таблица групповых констант для 3 группы

i	Δu	σ_i , барн	σ_f , барн	ν	σ_c , барн	σ_{in} , барн	σ_{e} , барн	μ	ξ	$\sigma_{3(e)}$, барн
Na	0,48	2,60	0,00	0,00	0,0002	0,65	1,95	0,40	0,0523	0,248
U^5	0,48	7,70	1,25	2,79	0,0400	1,91	4,50	0,71	0,0024	0,027
U^8	0,48	7,70	0,58	2,87	0,0200	2,60	4,50	0,71	0,0024	0,027

Рассчитаем макроскопические сечения поглощения:

$$\begin{aligned}\Sigma_{aNa}^3 &= \sigma_{aNa}^3 \cdot N_{Na} = 0,0002 \cdot 10^{-24} \cdot 6,437 \cdot 10^{23} = 0,0001 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_{aU^{235}}^3 &= (\sigma_{cU^{235}}^3 + \sigma_{fU^{235}}^3) \cdot N_{U^{235}} = (0,04 + 1,25) \cdot 10^{-24} \cdot 1,938 \cdot 10^{22} = 0,025 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_{aU^{238}}^3 &= (\sigma_{cU^{238}}^3 + \sigma_{fU^{238}}^3) \cdot N_{U^{238}} = (0,02 + 0,58) \cdot 10^{-24} \cdot 2,907 \cdot 10^{22} = 0,017 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_a^3 &= \Sigma_{aNa}^3 + \Sigma_{aU^{235}}^3 + \Sigma_{aU^{238}}^3 = 0,0001 + 0,025 + 0,017 = 0,043 \text{ см}^{-1}.\end{aligned}$$

Рассчитаем транспортные макросечения:

$$\begin{aligned}\Sigma_{trNa}^3 &= (\sigma_{aNa}^3 + \sigma_{inNa}^3 + \sigma_{eNa}^3 \cdot (1 - \mu)) \cdot N_{Na} = \\ &= (0,0002 + 0,65 + 1,95 \cdot (1 - 0,4)) \cdot 10^{-24} \cdot 6,437 \cdot 10^{23} = 1,172 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_{trU^{235}}^3 &= (\sigma_{cU^{235}}^3 + \sigma_{fU^{235}}^3 + \sigma_{inU^{235}}^3 + \sigma_{eU^{235}}^3 \cdot (1 - \mu)) \cdot N_{U^{235}} = \\ &= (0,04 + 1,25 + 1,91 + 4,5 \cdot (1 - 0,71)) \cdot 10^{-24} \cdot 1,938 \cdot 10^{22} = 0,087 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_{trU^{238}}^3 &= (\sigma_{cU^{238}}^3 + \sigma_{fU^{238}}^3 + \sigma_{inU^{238}}^3 + \sigma_{eU^{238}}^3 \cdot (1 - \mu)) \cdot N_{U^{238}} = \\ &= (0,02 + 0,58 + 2,6 + 4,5 \cdot (1 - 0,71)) \cdot 10^{-24} \cdot 2,907 \cdot 10^{22} = 0,131 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_{tr}^3 &= \Sigma_{trNa}^3 + \Sigma_{trU^{235}}^3 + \Sigma_{trU^{238}}^3 = 1,172 + 0,087 + 0,131 = 1,39 \text{ см}^{-1}.\end{aligned}$$

Тогда коэффициент диффузии для нейтронов 3 группы:

$$D_3 = \frac{1}{3 \Sigma_{tr}^3} = \frac{1}{3 \cdot 1,39} = 0,24 \text{ см};$$

Для нейтронов, попадающих в 3 группу непосредственно в результате деления, при $\nu = 2,8$, $\varepsilon_3 = 0,188$.

Рассчитаем макроскопические сечения увода нейтронов из 3 группы, которое определяется упругим и неупругим сечениями:

$$\begin{aligned}\Sigma_3^{Na} &= (\sigma_{3(e)}^{Na} + \sigma_i^{Na}) \cdot N^{Na} = (0,248 + 0,65) \cdot 6,437 \cdot 10^{23} = 0,578 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_3^{U^{235}} &= (\sigma_{3(e)}^{U^{235}} + \sigma_i^{U^{235}}) \cdot N^{U^{235}} = (0,027 + 1,91) \cdot 1,938 \cdot 10^{22} = 0,038 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_3^{U^{238}} &= (\sigma_{3(e)}^{U^{238}} + \sigma_i^{U^{238}}) \cdot N^{U^{238}} = (0,027 + 2,6) \cdot 2,907 \cdot 10^{22} = 0,076 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_3^3 &= \Sigma_{3Na}^3 + \Sigma_{3U^{235}}^3 + \Sigma_{3U^{238}}^3 = 0,578 + 0,038 + 0,076 = 0,692 \text{ см}^{-1}.\end{aligned}$$

Рассчитаем макроскопические сечения прихода нейтронов в 3 группу из вышестоящих.

Приход из 1 группы:

$$\begin{aligned}\Sigma_{Na}^{1 \rightarrow 3} &= \sigma_{Na}^{1 \rightarrow 3} \cdot N^{Na} = 0,12 \cdot 6,437 \cdot 10^{23} = 0,148 \text{ см}^{-1}; \\ \Sigma_{U^{235}}^{1 \rightarrow 3} &= \sigma_{U^{235}}^{1 \rightarrow 3} \cdot N^{U^{235}} = 0,05 \cdot 1,938 \cdot 10^{22} = 0,001 \text{ см}^{-1};\end{aligned}$$

$$\Sigma_{U^{238}}^{1 \rightarrow 3} = \sigma_{U^{238}}^{1 \rightarrow 3} \cdot N^{U^{238}} = 0,11 \cdot 2,907 \cdot 10^{22} = 0,003 \text{ см}^{-1} ;$$

$$\Sigma^{1 \rightarrow 3} = \Sigma_{Na}^{1 \rightarrow 3} + \Sigma_{U^{235}}^{1 \rightarrow 3} + \Sigma_{U^{238}}^{1 \rightarrow 3} = 0,148 + 0,001 + 0,003 = 0,152 \text{ см}^{-1} .$$

Приход из 2 группы:

$$\Sigma_{Na}^{2 \rightarrow 3} = (\sigma_{Na}^{2 \rightarrow 3} + \sigma_{3(e)}^{Na}) \cdot N^{Na} = (0,13 + 0,248) \cdot 6,437 \cdot 10^{23} = 0,243 \text{ см}^{-1} ;$$

$$\Sigma_{U^{235}}^{2 \rightarrow 3} = (\sigma_{U^{235}}^{2 \rightarrow 3} + \sigma_{3(e)}^{U^{235}}) \cdot N^{U^{235}} = (0,08 + 0,027) \cdot 1,938 \cdot 10^{22} = 0,002 \text{ см}^{-1} ;$$

$$\Sigma_{U^{238}}^{2 \rightarrow 3} = (\sigma_{U^{238}}^{2 \rightarrow 3} + \sigma_{3(e)}^{U^{238}}) \cdot N^{U^{238}} = (0,1 + 0,027) \cdot 2,907 \cdot 10^{22} = 0,004 \text{ см}^{-1} ;$$

$$\Sigma^{2 \rightarrow 3} = \Sigma_{Na}^{2 \rightarrow 3} + \Sigma_{U^{235}}^{2 \rightarrow 3} + \Sigma_{U^{238}}^{2 \rightarrow 3} = 0,243 + 0,002 + 0,004 = 0,249 \text{ см}^{-1} .$$

Подставляем найденные значение в начальное уравнение:

$$0,24 \Delta \Phi_3(r) - 0,043 \Phi_3(r) - 0,692 \Phi_3(r) + 0,152 \Phi_1(r) + 0,249 \Phi_2(r) + 0,188 Q = 0$$

Ответ:

$$0,24 \Delta \Phi_3(r) - 0,043 \Phi_3(r) - 0,692 \Phi_3(r) + 0,152 \Phi_1(r) + 0,249 \Phi_2(r) + 0,188 Q = 0$$